

Nom et Prénom :

EXERCICE 1 : Autour de Saturne (9.5 points)

Les anneaux de Saturne semblent continus depuis la Terre. En réalité, ils sont constitués de morceaux de glace et de poussières dont la taille maximale est de l'ordre de quelques centaines de mètres. Chacun de ces morceaux, tout comme les lunes en orbite autour de Saturne, obéissent aux lois du mouvement d'un satellite dans un champ de gravitation.

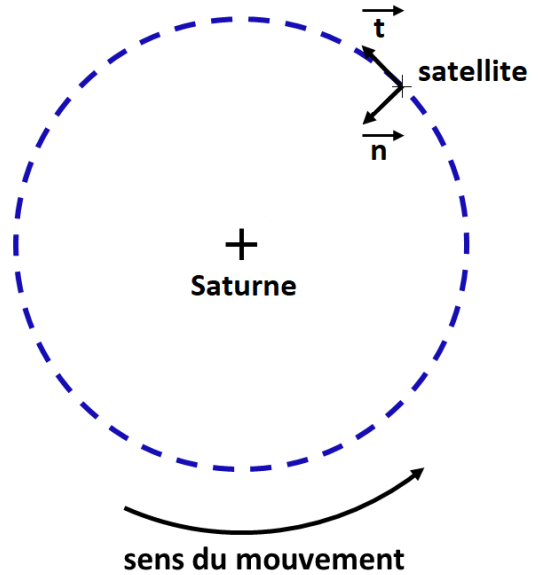
Données

- constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- rayon de Saturne : $R_s = 58,2 \times 10^3 \text{ km}$
- rayon intérieur du premier anneau : $r_{int} = 6,69 \times 10^4 \text{ km}$
- rayon extérieur du premier anneau : $r_{ext} = 7,75 \times 10^4 \text{ km}$
- rayon extérieur du dernier anneau : $R_{ext} = 1,36 \times 10^5 \text{ km}$
- rayon de l'orbite de Janus : $R_j = 1,51 \times 10^5 \text{ km}$

On s'intéresse au mouvement d'un satellite de masse m autour de Saturne de masse M_s . On se place dans le référentiel « Saturne » et on utilise le repère de Frenet (\vec{n}, \vec{t}) centré sur le satellite.

Dans l'exercice, on considère que :

- le satellite n'est soumis qu'à l'attraction de Saturne.
- le satellite est situé à une distance r est du centre de Saturne.



1. Représenter la force d'interaction gravitationnelle \vec{F} exercée par Saturne sur le satellite sans souci d'échelle sur le document ci-dessus
2. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par Saturne sur le satellite en fonction des données dans le repère de Frenet.

0,5

1

La vitesse v , constante, d'un satellite de masse m en orbite circulaire autour de Saturne est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G M_s}{r}}$$

3. En appliquant la deuxième loi de Newton, retrouver l'expression de la vitesse v du satellite.
4. Montrer que l'expression de la vitesse du satellite permet de retrouver la 3^e loi de Kepler qui relie la période T du satellite au rayon r de son orbite :

3

1,5

$$T^2 = k \times r^3 \quad \text{avec } k = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

5. Déterminer la masse de Saturne sachant que la période de révolution de d'un satellite de Saturne, Janus, est de 17 h.
6. Justifier qualitativement que tous les corps du premier anneau ne tournent pas à la même vitesse autour de Saturne.
7. Déterminer le nombre de tours effectués par la bordure interne du premier anneau, située à la distance r_{int} , pendant que la bordure externe du dernier anneau, située à R_{ext} , réalise un tour complet.

1,5

1

1

EXERCICE 2 : Colorant E127 (8.5 points)

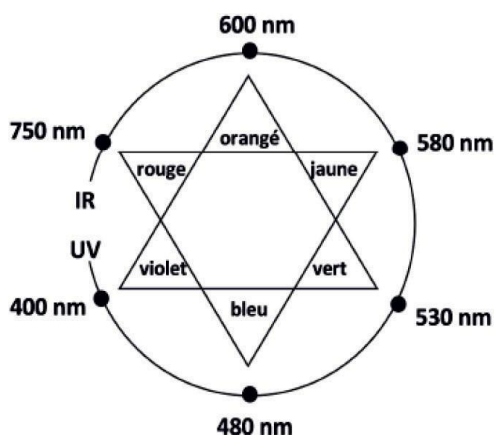
Le colorant E127, de couleur rouge, est utilisé pour teinter certains aliments comme les cerises confites. Il est également présent dans des médicaments comme les révélateurs de plaque dentaire. C'est un composé ionique, de formule brute $\text{Na}_2\text{C}_{20}\text{H}_{14}\text{O}_5$ noté plus simplement Na_2Ery , présent en solution sous la forme d'ions Na^+ et Ery^{2-} . Les ions Ery^{2-} constituent l'une des trois formes acide-base de l'érythrosine.

- Masse molaire du colorant E127 : $M = 880 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Valeurs de $\text{p}K_{\text{A}}$ à 25 °C des couples acide-base associés à l'érythrosine :
 - $\text{H}_2\text{Ery} / \text{HEry}^-$: $\text{p}K_{\text{A}1} = 2,4$;
 - $\text{HEry}^- / \text{Ery}^{2-}$: $\text{p}K_{\text{A}2} = 3,8$.

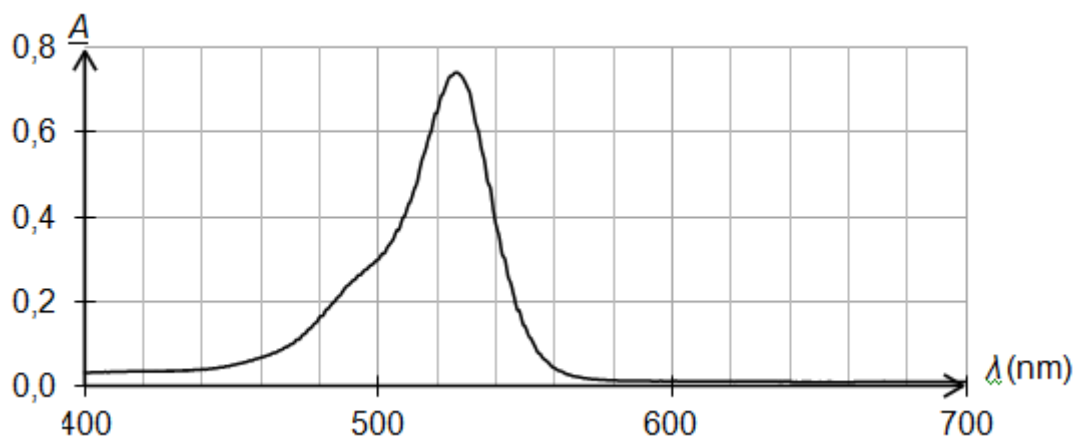
Un révélateur de plaque dentaire est une solution vendue en pharmacie permettant d'améliorer le brossage des dents. Elle est préparée à partir du colorant E127.

Données :

- masse volumique du révélateur de plaque dentaire étudié : $\rho = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$;
- pH du révélateur de plaque dentaire étudié : $\text{pH} = 7,0$;
- cercle chromatique :



- spectre d'absorption d'une solution aqueuse du colorant E127 de concentration en soluté apporté égale à $1,7 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et de pH égal à 7,0 :



1. Identifier, en justifiant, la forme de l'érythrosine qui prédomine dans le révélateur de plaque dentaire étudié.

1

Sur le site du fabricant, il est indiqué que le révélateur de plaque dentaire, de couleur rouge, est une solution hydroalcoolique contenant le colorant E127 à 2 % en masse.

Afin de vérifier l'indication précédente sur le titre massique, on réalise les expériences décrites ci-dessous.

Préparation de la solution à doser :

- on introduit 0,5 mL de révélateur de plaque dentaire dans une fiole jaugée de 2,0 L que l'on complète avec de l'eau distillée : on obtient la solution S.

Dosage spectrophotométrique par étalonnage :

- à partir d'une solution aqueuse de colorant E127 de concentration en soluté apporté égale à $1,7 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, on prépare par dilution six solutions filles ;
- on mesure l'absorbance de chacune de ces solutions à une longueur d'onde appropriée ; les mesures sont reportées sur le graphe de la figure 1 ;
- on mesure l'absorbance de la solution S à la même longueur d'onde ; on obtient $A = 0,484$.

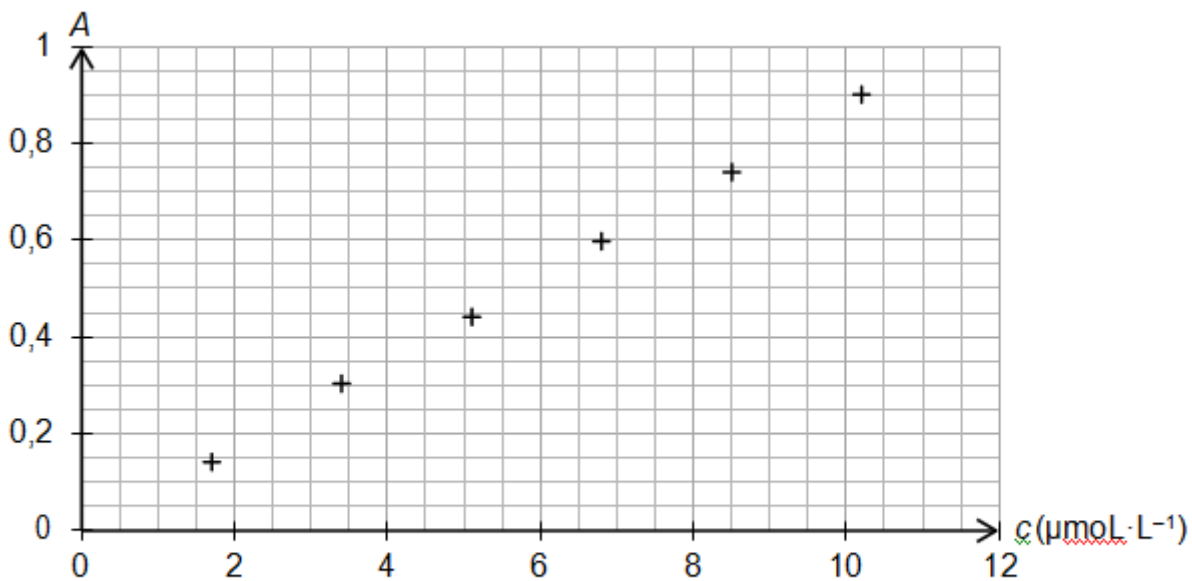


Figure 1. Évolution de l'absorbance en fonction de la concentration en quantité de matière de colorant E127 apporté

2. Justifier la couleur du révélateur de plaque dentaire étudié.

1,5

3. Discuter de l'accord des résultats expérimentaux avec la loi de Beer-Lambert.

1

4. Montrer que la concentration du colorant E127 apporté dans le révélateur de plaque dentaire est égale à $2,2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

3

5. Déterminer la valeur du titre massique en colorant E127 du révélateur de plaque dentaire analysé. Commenter.

2