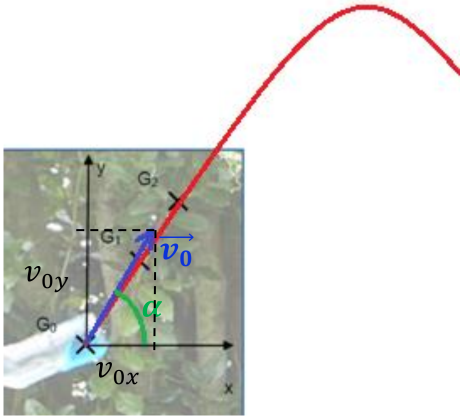
CORRECTION

Exercice 1 : « Water bottle flip » (10 points)

1. Représenter sur votre copie, sans souci d'échelle, le système d'axes (Oxy), le vecteur $\overrightarrow{v_0}$, l'angle α ainsi que les coordonnées v_{0x} et v_{oy} et l'allure de la trajectoire du centre de masse de la bouteille.



2. Déterminer les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse du centre de masse.

Les équations horaires x(t) et z(t) sont :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \times cos(\alpha) \times \mathrm{t} \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

Par définition : $\vec{v}(t) = \frac{d(\overrightarrow{OG})}{dt}(t)$ soit. $\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x = \frac{dx}{dt} = C_1 = v_0 \times cos(\alpha) \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -g \times t + C_2 = -g \times t + v_0 \times sin(\alpha) \end{pmatrix}$

3. Déterminer les expressions des coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération du centre de masse.

Par définition : $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$ $\quad soit \quad$ $\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = g_x = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = g_y = -g \end{pmatrix}$

4. Montrer que la 2e loi de Newton est vérifiée.

Système {bouteille} de centre de masse G.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Champ : Champ de pesanteur $\vec{g}\begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{pmatrix}$

Force : le poids $\vec{P} = m\,.\vec{g}$ l'action de l'air est négligeable.

Application de la 2ème loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \vec{a}$

$$\vec{P} = m \times \vec{a}$$

$$m \times \vec{g} = m \times \vec{a} \quad donc \quad \boldsymbol{\vec{a} = \vec{g}}$$

L'accélération a les mêmes coordonnées que le champ de pesanteur, ce qui correspond à ce qui est obtenu à la question 3. : la 2e loi de Newton est vérifiée

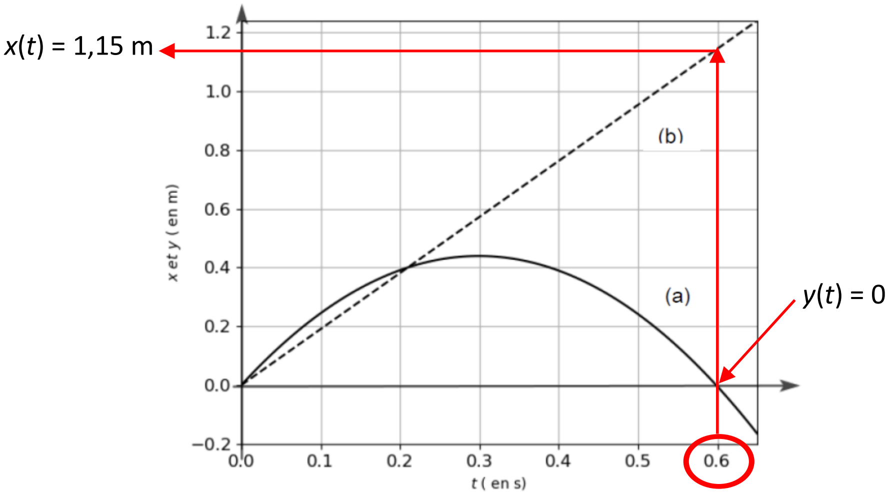
5. Associer chacun de ces tracés à $x(t)$ et $y(t)$. Justifier.

$x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times \mathrm{t}$: fonction linéaire ce qui correspond à la courbe (b)

$y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times sin(\alpha) \times t$: fonction parabolique ce qui correspond à la courbe (a)

6. Préciser ce qui est caché par le rectangle gris dans la ligne 15 du programme (expression ou valeur).

Il s'agit de l'expression correspondant à $v_0 \times sin(\alpha)$ ci-dessus : $\boldsymbol{v_0 * sin(alpha * pi/180)}$



7. Estimer la durée du mouvement de la bouteille obtenue par la modélisation. Justifier.

Lorsque la bouteille touche la table $y(t) = 0$.
Graphiquement, en écartant la solution $t = 0$ s, on lit : $t = 0{,}60$ s.

Par le calcul : $-\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t = 0 \Leftrightarrow \quad t \times \left(-\frac{1}{2} \times g \times t + v_0 \times \sin(\alpha)\right) = 0$
En écartant la solution $t = 0$ s, on a : $-\frac{1}{2} \times g \times t + v_0 \times \sin(\alpha) = 0$

$$\Leftrightarrow t = \frac{2\, v_0 \times sin(\alpha)}{g} \quad \Leftrightarrow \quad t = 0{,}63\ s$$

8. Estimer la distance à laquelle la bouteille tombe sur la table par rapport à l'origine du repère. Justifier.

Graphiquement, pour $t = 0{,}60$ s, on lit x = 1,15 m

Par le calcul, pour $t = 0{,}60$ s, on a : $x(t) = v_0 \times cos(\alpha) \times t = 3{,}6 \times \sin(59) \times 0{,}60 = 1{,}11\ m$

Exercice 2 : Fermentation de la pâte à pizza napolitaine (10 points)

1. Acidification de la pâte et production de dioxyde de carbone

1.1. Calculer la constante d'acidité K_A du couple acide $(CO_2, H_2O)(aq) / HCO_3^-(aq)$.

$pK_A = 6{,}37$ soit $K_A = 10^{-pK_A} = 10^{-6{,}37} = 4{,}27 \times 10^{-7}$

1.2. Exprimer la constante d'acidité K_A du couple acide $(CO_2, H_2O)(aq) / HCO_3^-(aq)$ en fonction des concentrations des espèces chimiques à l'équilibre.

$$K_A = \frac{\dfrac{[H_3O^+(aq)]_{éq}}{c^0} \cdot \dfrac{[HCO_3^-(aq)]_{éq}}{c^0}}{\dfrac{[CO_2,H_2O(aq)]_{éq}}{c^0}} = \frac{[H_3O^+(aq)]_{éq} \cdot [HCO_3^-(aq)]_{éq}}{[CO_2,H_2O(aq)]_{éq} \cdot c^0}$$

1.3. Calculer la concentration en ions oxonium à l'équilibre $[H_3O^+]_{eq}$.

$$[H_3O^+]_{eq} = c° \times 10^{-pH} = 1{,}0 \times 10^{-5{,}8} = 1{,}6 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

1.4. Justifier, à l'aide de l'équation de la réaction, l'égalité suivante : $[H_3O^+]_{eq} = [HCO_3^-]_{eq}$

D'après l'équation de réaction, les ions oxonium et les ions hydrogénocarbonate sont les produits formés avec le même coefficient stœchiométrique. On peut donc écrire :

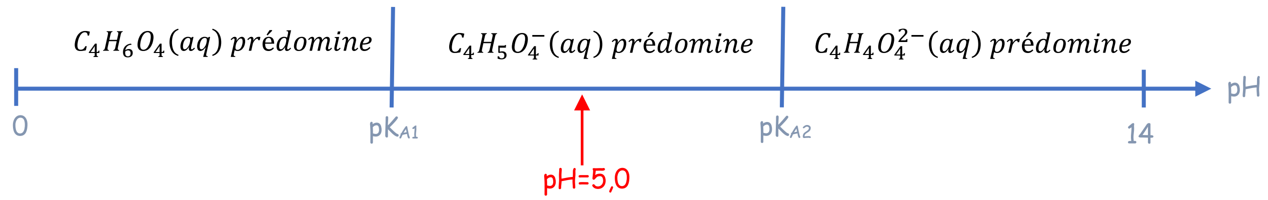
$x_f = n(H_3O^+)_{eq} = n(HCO_3^-)_{eq}$ ce qui équivaut $[H_3O^+]_{eq} = [HCO_3^-]_{eq}$

1.5. À l'aide de l'expression de la constante d'acidité, déterminer la valeur de la concentration en dioxyde de carbone solvaté à l'équilibre.

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{eq}.[HCO_3^-]_{eq}}{[CO_2,H_2O]_{eq} \times c°} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{[CO_2,H_2O]_{eq}} \qquad soit \qquad [CO_2,H_2O]_{eq} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{K_A} = 5{,}89 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

2. Rôle de l'acide succinique produit lors de la fermentation de la pâte

2.1. Établir le diagramme de prédominance des différentes espèces acide-base issues de l'acide succinique qui peuvent éventuellement être présentes dans la pâte.



2.2. Une de ces espèces peut être qualifiée d'amphotère. Identifier cette espèce et justifier ce choix.

$C_4H_5O_4^-(aq)$ est l'espèce amphotère.

$C_4H_5O_4^-(aq)$ est la base du couple $C_4H_6O_4(aq)/C_4H_5O_4^-(aq)$

$C_4H_5O_4^-(aq)$ est l'acide du couple $C_4H_5O_4^-(aq)/C_4H_4O_4^{2-}(aq)$

2.3. Indiquer l'espèce prédominante dans la solution. Justifier.

À l'équilibre chimique, le pH de la solution est égal à 5,0 : $pK_{A1} < pH < pK_{A2}$
Dans cette zone, c'est l'espèce amphotère $C_4H_5O_4^-(aq)$ qui prédomine.

2.4. Montrer que l'hypothèse d'un lien entre acidification de la pâte et production d'acide succinique est plausible.

L'acide succinique $C_4H_6O_4(aq)$ réagit avec l'eau, il se forme donc des ions oxonium.

La concentration en ions oxonium augmente, ce qui implique une diminution de pH.